

سیاه چاله های مودار و ماشین گرمایی هولوگرافی



ELSEVIER



Available online at www.sciencedirect.com

ScienceDirect

Nuclear Physics B 952 (2020) 114941

**NUCLEAR
PHYSICS B**

www.elsevier.com/locate/nucphysb

Hairy black holes and holographic heat engine

H. Ghaffarnejad^{a,*}, E. Yaraie^a, M. Farsam^a, K. Bamba^b

^a Faculty of Physics, Semnan University, P.C. 35131-19111, Semnan, Iran

^b Division of Human Support System, Faculty of Symbiotic Systems Science, Fukushima University, Fukushima 960-1296, Japan

Received 17 March 2019; received in revised form 20 January 2020; accepted 26 January 2020

Available online 28 January 2020

Editor: Stephan Stieberger

خلاصه

از رهیافت ترمو دینامیک سیاه چاله ها رفتار ماشین گرمایی و بهره کارنو یک سیاه چاله کوانتومی 5 بعدی باردار الکتریکی را بررسی می کنیم. یعنی می خواهیم بدانیم که تغییرات بار های الکتریکی و میدان های کوانتومی (بارمو) در شدت گرمادهی سیاه چال به عنوان ماشین گرمایی چگونه می باشد؟

(1) معادله حالت ترمودینامی سیاه چاله

$$I = \frac{1}{\kappa} \int d^5x \sqrt{-g} \left(R - 2\Lambda - \frac{1}{4} \mathcal{F}^2 + \kappa \mathcal{L}(\phi, \nabla\phi) \right) \quad (2.1)$$

$$\kappa = 16\pi G$$

$$\mathcal{F}^2 = F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}$$

$$S_{\mu\nu}{}^{\gamma\delta} = \phi^2 R_{\mu\nu}{}^{\gamma\delta} - 12\delta_{[\mu}^{[\gamma} \delta_{\nu]}^{\delta]} \nabla_\rho \phi \nabla^\rho \phi - 48\phi \delta_{[\mu}^{[\gamma} \nabla_{\nu]} \nabla^{\delta]} \phi + 18\delta_{[\mu}^{[\gamma} \nabla_{\nu]} \phi \nabla^{\delta]} \phi. \quad (2.2)$$

$$\mathcal{L}(\phi, \nabla\phi) = \phi^{15} \left(b_0 \mathcal{S}^{(0)} + b_1 \phi^{-8} \mathcal{S}^{(1)} + b_2 \phi^{-16} \mathcal{S}^{(2)} \right) \quad (2.3)$$

$$\mathcal{S}^{(0)} = 1,$$

$$\mathcal{S}^{(1)} = S \equiv g^{\mu\nu} S_{\mu\nu} = g^{\mu\nu} \delta_\sigma^\rho S_{\mu\rho\nu}^\sigma,$$

$$\mathcal{S}^{(2)} = S_{\mu\nu\alpha\beta} S^{\mu\nu\alpha\beta} - 4S_{\mu\nu} S^{\mu\nu} + S^2,$$

$$T_\mu^\nu = \sum_{k=0}^2 \left(\frac{k! b_k}{2^{k+1}} \phi^{15-8k} \delta_{[\mu}^{\nu} \delta_{\rho_1}^{\lambda_1} \dots \delta_{\rho_{2k}}^{\lambda_{2k}} \right) \times \left(S^{\rho_1 \rho_2}_{\lambda_1 \lambda_2} \dots S^{\rho_{2k-1} \rho_{2k}}_{\lambda_{2k-1} \lambda_{2k}} \right). \quad (2.7)$$

(2) متریک سیاه چاله تقارن کروی در 5 بعد

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}Rg_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} = \kappa T_{\mu\nu},$$

$$ds^2 = -f(r) dt^2 + \frac{dr^2}{f(r)} + r^2 d\Omega_3^2 \quad (2.8)$$

$$f(r) = 1 - \frac{m}{r^2} - \frac{h}{r^3} + \frac{q^2}{r^4} - \frac{\Lambda}{6}r^2, \quad (2.9)$$

$$Q = -\frac{\sqrt{3}\pi}{8}q \quad (2.11)$$

$$M = \frac{3\pi}{8}m = \frac{3\pi}{8} \left(r_+^2 - \frac{h}{r_+} + \frac{q^2}{r_+^2} + \frac{r_+^4}{\ell^2} \right), \quad (2.12)$$

$$S = \int_0^{r_+} \frac{1}{T} \left(\frac{\partial M}{\partial r_+} \right) dr_+ = 2\pi^2 \left(\frac{r_+^3}{4} - \frac{5}{8}h \right), \quad (2.13)$$

$$T(r_+) = \frac{1}{\pi \ell^2 r_+^4} \left(-\frac{q^2 \ell^2}{2r_+} + \frac{h \ell^2}{4} + \frac{\ell^2}{2} r_+^3 + r_+^5 \right), \quad (2.14)$$

(3) قانون اول ترمودینامیک سیاه چاله

$$dM = TdS + VdP + Kdh + \Phi dQ, \quad (2.15)$$

$$P = 3/4\pi \ell^2.$$

$$V = \left(\frac{\partial M}{\partial P} \right)_{r_+} = \frac{\pi^2}{2} r_+^4, \quad (2.16)$$

$$K = \left(\frac{\partial M}{\partial h} \right)_{r_+} = \frac{\pi}{16\ell^2 r_+^5} (20r_+^6 + 4r_+^4 \ell^2 + 5\ell^2 h r_+ - 10q^2 \ell^2), \quad (2.17)$$

$$\Phi = \left(\frac{\partial M}{\partial Q} \right)_{r_+} = -\frac{2\sqrt{3}}{r_+^2} q. \quad (2.18)$$

$$P = \frac{T}{v} - \frac{2}{3\pi v^2} - \frac{64}{81} \frac{h}{\pi v^5} + \frac{512}{243} \frac{q^2}{\pi v^6}. \quad (2.20)$$

$$\left. \frac{\partial P}{\partial v} \right|_{T=T_{cr}} = \left. \frac{\partial^2 P}{\partial v^2} \right|_{T=T_{cr}} = 0, \quad (2.21)$$

برای حالت بی بار الکتریکی $q=0$ داریم

$$v_{cr} = \frac{4}{3}(-5h)^{\frac{1}{3}}, \quad (2.22)$$

$$T_{cr} = -\frac{3}{20} \frac{(-5h)^{\frac{2}{3}}}{\pi h}, \quad (2.23)$$

$$P_{cr} = \frac{9}{200\pi} \left(\frac{-\sqrt{5}}{h} \right)^{\frac{2}{3}} \quad (2.24)$$

رابطه بالا نشان می دهد که برای حالت بی بار الکتریکی نقاط بحرانی وقتی مثبت حقیقی هستند یعنی فیزیکی که بار سهم مو (میدان کوانتومی) باید منفی باشد $h < 0$

در حالت های با بار الکتریکی نقاط بحرانی با محاسبات عددی یافت می شود و برای یافتن نقاط بحرانی فیزیکی ابزار کنترل کننده مثبت بودن آنروپی است. با این شرط معلوم شده است که کمینه آنروپی مثبت سیاه چاله در شرط زیر صدق می کند که در آن نقاط بحرانی هم مثبت حقیقی می باشند.

$$h \approx 1.3375q^{3/2}$$

ماشین گرمایی هولوگرافی

(4)

در اینجاسیاه چاله آنتی دوسیده 5 بعدی باردار کوانتومی را به عنوان یک ماشین گرمایی بررسی می کنیم. نمودار سمت راست نمودار فشار-حجم در یک چرخه کامل است. ثابت کیهانی که با عکس مجذور شعاع فضای آنتی دوسیده برابر است نقش فشار محیط را بازی می کند که بر سطح سیاه چال اثر می کند. پس تغییر در فشار یعنی تغییر در اندازه جهان دوسیده. نمودار سمت راست دو مسیر هم فشار و دو مسیر هم حجم را نشان می دهد. در مسیر های b-c و c-d سیاه چال از محیط گرما می گیرد و لذا

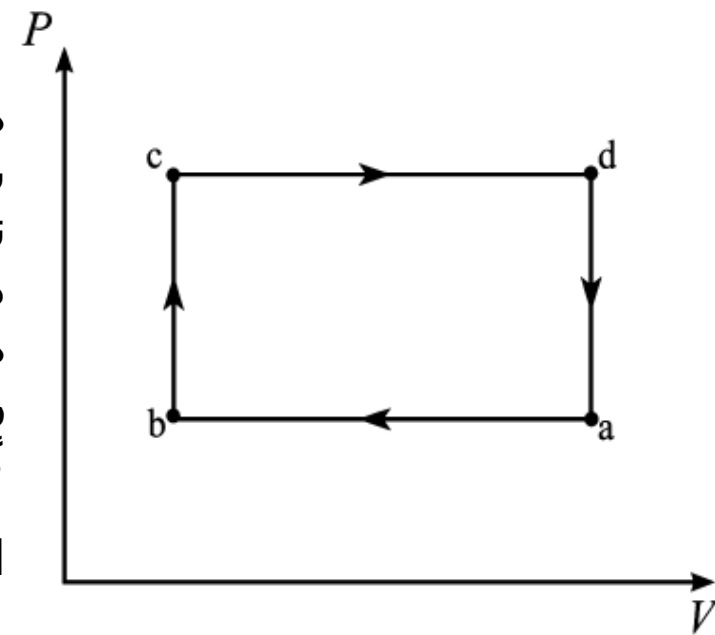
$$Q_H = Q_{b \rightarrow c} + Q_{c \rightarrow d}.$$

اما در مسیر های a-b و d-a گرما را به محیط پس می دهد. چون فرایند مسیر b-c هم حجم است پس گرمای جذب شده منجر به تغییر انرژی درونی سیاه چال می شود نه کار مکانیکی. پس داریم:

$$\Delta U = Q_{bc} = C_v \Delta T_{b \rightarrow c}.$$

چون حجم و آنترپی سیاه چاله طبق قضیه آنترپی هاوکینگ و بکنشتاین تنها به شعاع افق سیاه چاله وابسته هستند پس می توان نتیجه گرفت که ظرفیت گرمایی در حجم ثابت صفر است و سیستم سیاه چاله نمی تواند هیچ گرمایی را در فرایند b-c دریافت کند. از سوی دیگر گرمای سیستم در طول فرایند همفشار c-d که جذب شده است می تواند از فرمول زیر حساب شود

$$Q_{cd} = C_p \Delta T_{b \rightarrow c}.$$



پس کل گرمای خالص وارد شده به سیاه چاله در یک چرخه ی کامل خواهد شد:

$$Q_H = \int_{T_c}^{T_d} C_P dT, \quad (3.1)$$

$$C_P = T \left(\frac{\partial S}{\partial T} \right)_P. \quad (3.2)$$

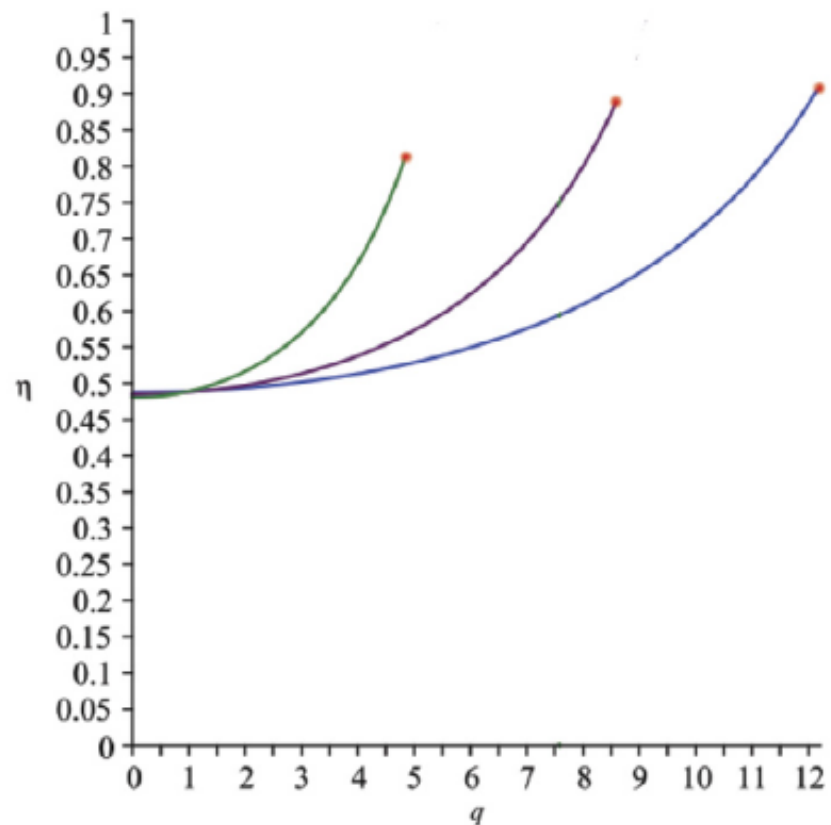
$$C_P = \frac{3(2PA^2\pi^2 + 12h\pi^4 B^{\frac{1}{3}} + 3(A\pi)^{\frac{7}{3}} - 48q^2\pi^5)}{16(240q^2\pi^5 + 2PA^2\pi^2 - 48h\pi^4 B^{\frac{1}{3}} - 3\pi(A\pi)^{\frac{4}{3}})}, \quad (3.3)$$

از سوی دیگر کار مکانیکی انجام شده در یک چرخه کامل روی سیاه چال خواهد شد:

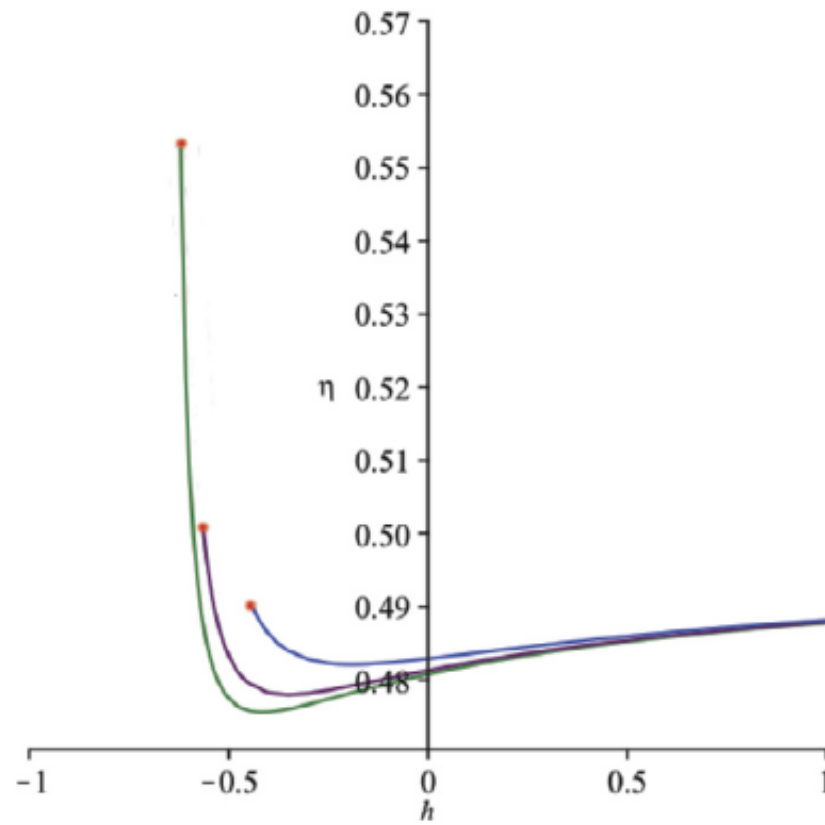
$$W = (V_d - V_c)(P_c - P_b), \quad (3.7)$$

و بهره گرمایی سیاه چاله به عنوان یک ماشین گرمایی خواهد شد:

$$\eta = \frac{W}{Q_H}. \quad (3.9)$$



(a)



(b)

شکل بالا تغییرات بهره گرمایی سیاه چال را بر حسب تغییرات بار الکتریکی (a) وقتی بار مو ثابت نگاه داشته شده و بالعکس بر حسب تغییرات بار مو در (b) وقتی بار الکتریکی ثابت است. نقاط قرمز نقاط بحرانی سیستم هستند در منحنی سمت چپ سبز برای $h=0$ و بنفش برای $h=0.5$ و آبی برای $h=1$ رسم شده است. در منحنی سمت راست سبز برای $q=0$ و بنفش برای $q=0.25$ و آبی برای $q=0.5$ رسم شده است.

در انتخاب این مقادیر اولیه آنچه که کنترل کننده مثبت بودن دمای هاوکینک سیاه چاله می باشد. در واقع بالای این نقاط بحرانی غیر فیزیکی است چون دمای سیاه چال منفی می شود

(5) مقایسه با بهره ماشین کارنو

$$\eta_c = 1 - \frac{T_{low}}{T_{high}}$$

بهره ماشین کارنو چنین تعریف می شود یعنی یک منهای نسبت کمترین دما به بیشترین دمای ماشین کارنو

مطالعات نشان می دهند که وقتی بهره ماشین گرمایی سیاه چال را در نزدیک یکی از گوشه های نمودار مربعی چرخه فشار-حجم در نزدیک نقاط بحرانی حساب می کنیم بهره ماشین به حد ماشین کارنو میل می کند. از این رو شرایط مرزی زیر را در نظر می گیریم:

$$P_a = P_b = P_{cr}, \quad P_c = P_d = \frac{3}{2}P_{cr},$$
$$V_d = V_a = V_{cr}, \quad V_b = V_c = V_{cr}\left(1 - \frac{L}{h^{2/3}}\right), \quad (3.10)$$

در اینجا L یک ثابت سیستم است که برای بارهای مو بزرگ h می توان از آن جمله صرف نظر کرد. و در حد

$$\alpha \equiv \frac{L}{h^{2/3}} \rightarrow 0.$$

کار انجام شده توسط ماشین گرمایی سیاه چاله با رابطه زیر داده می شود که اولاً کراندار است دوماً مستقل از بار مو

$$W = \frac{1}{2}P_{cr}V_{cr}\alpha = \frac{9 \times 5^{2/3}}{160}\pi L. \quad (3.11)$$

گرمای جذب شده توسط سیاه چال برابر است با:

$$Q_H = \frac{27\pi}{80}(5H)^{2/3}\alpha + \frac{9\pi}{256}(5H)^{2/3}\alpha^2 + \frac{15\pi}{1024}(5H)^{2/3}\alpha^3 + \mathcal{O}(\alpha^4).$$

و بهره سیاه چاله حال چنین به دست می آید که در آن $H=-h$ مقدار مثبت بار مو است:

$$\eta = \frac{1}{6} \left(1 - \frac{5}{48H^{2/3}} - \frac{25}{768H^{4/3}} + \frac{875}{110592H^2} + \dots \right) \quad (3.14)$$

بیشترین و کمترین دمای سیاه چاله برابر است با

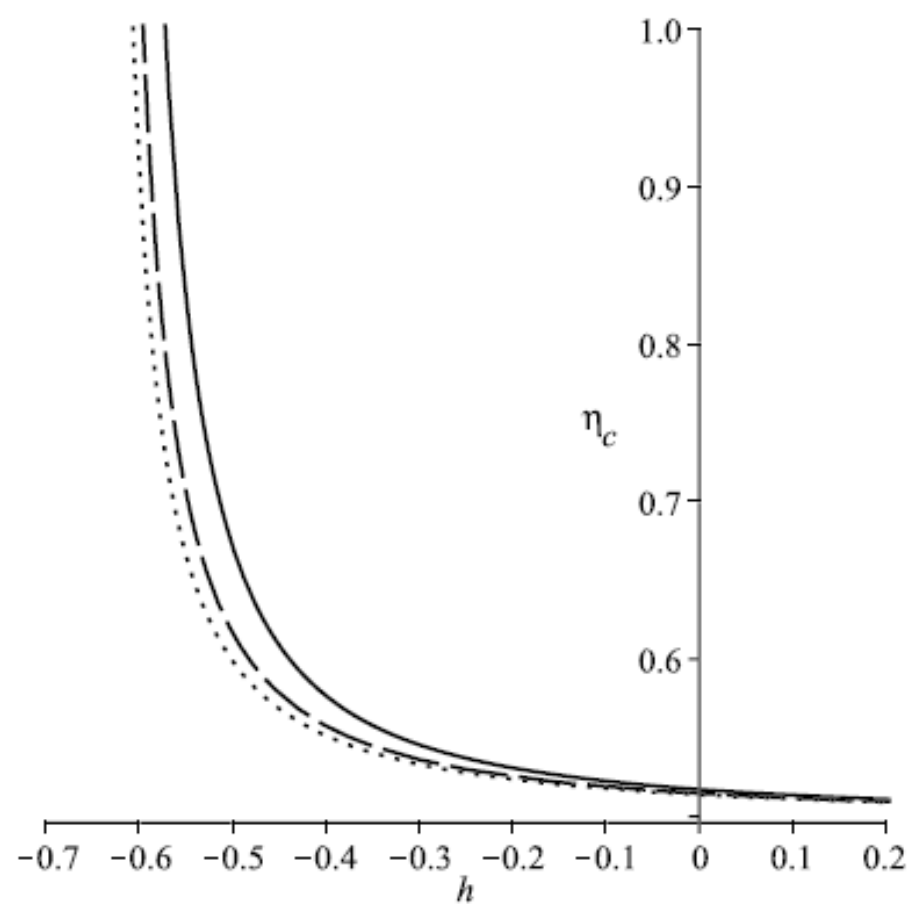
$$T_H = \frac{9}{50\pi} \left(\frac{25}{H} \right)^{1/3}, \quad (3.15)$$

$$T_C = \frac{3}{20\pi} \left(\frac{25}{H} \right)^{1/3} - \frac{1}{640\pi} \left(\frac{25}{H^7} \right)^{1/3} + \dots. \quad (3.16)$$

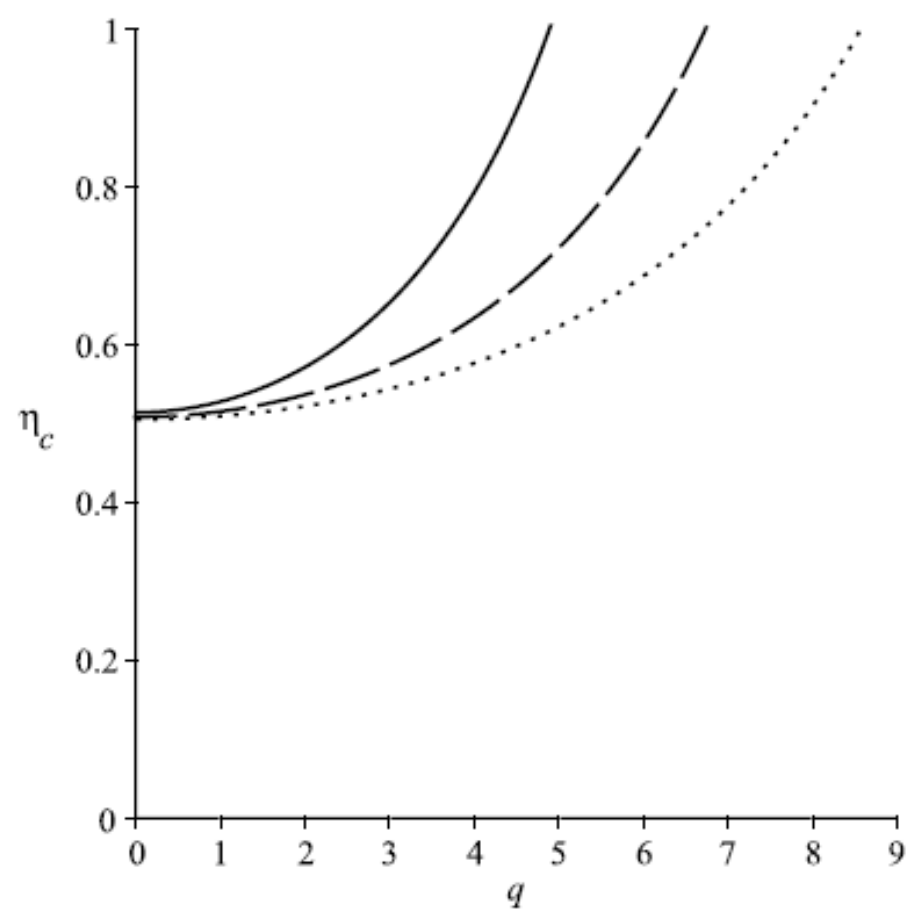
و پس بهره کارنو که به این بیشترین و کمترین دما بستگی داشت حال خواهد شد:

$$\eta_c = 1 - \frac{T_C}{T_H} = \frac{1}{6} \left(1 + \frac{5}{96H^2} + \dots \right). \quad (3.17)$$

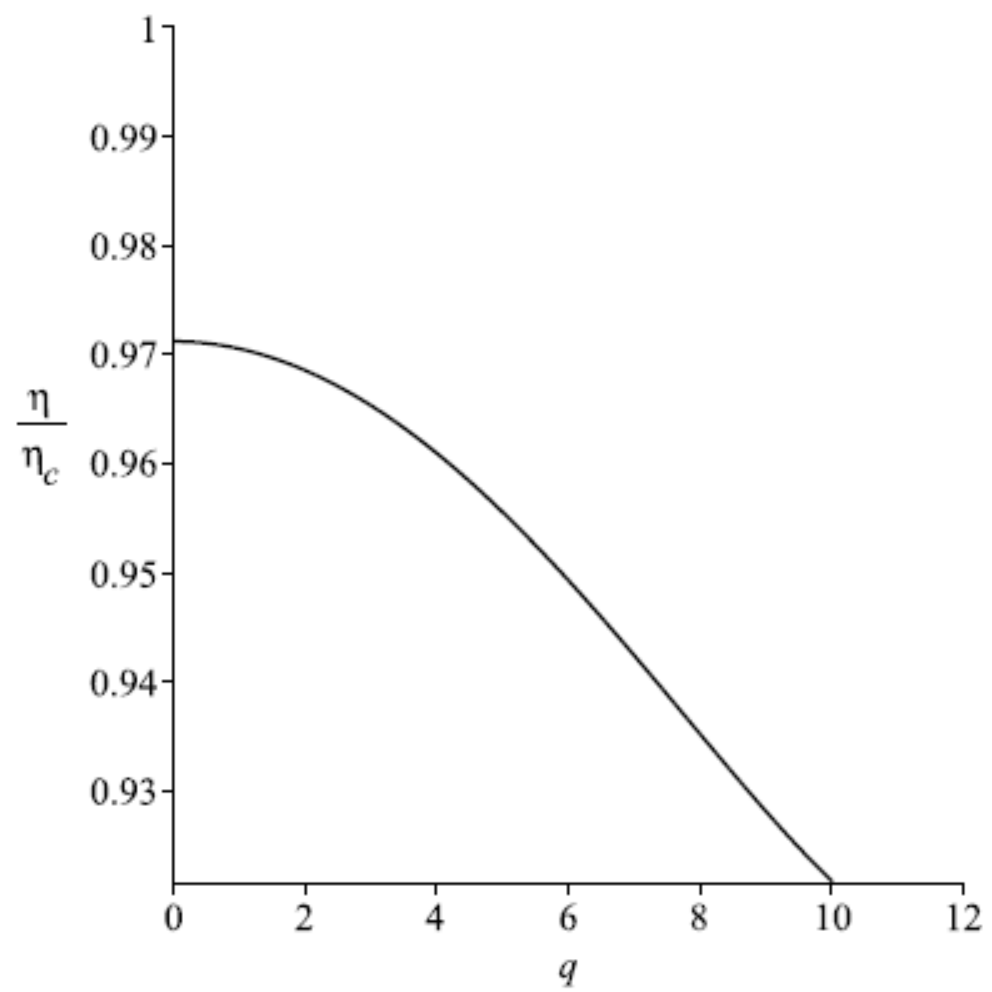
با مقایسه این دو رابطه مرمیابیم که تنها درحد مقدار بینهایت بار مو بهره ماشین به بهره کارنو می رسد



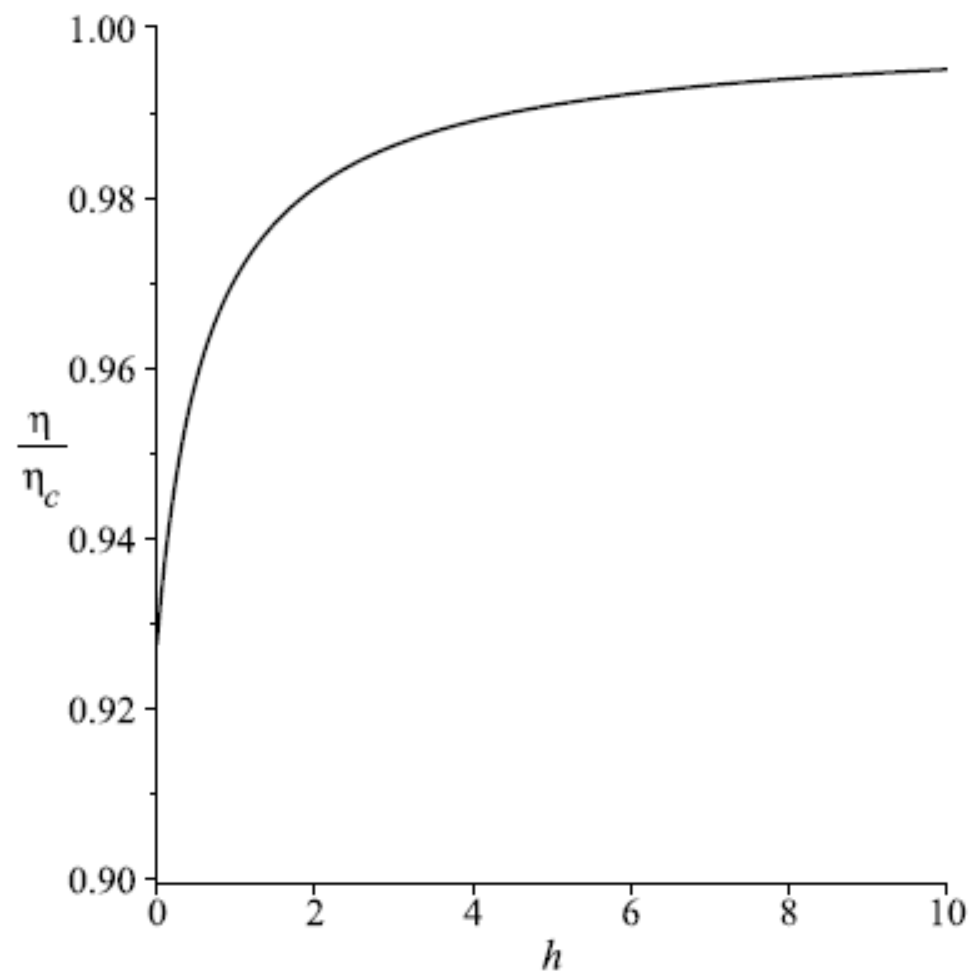
(a)



(b)

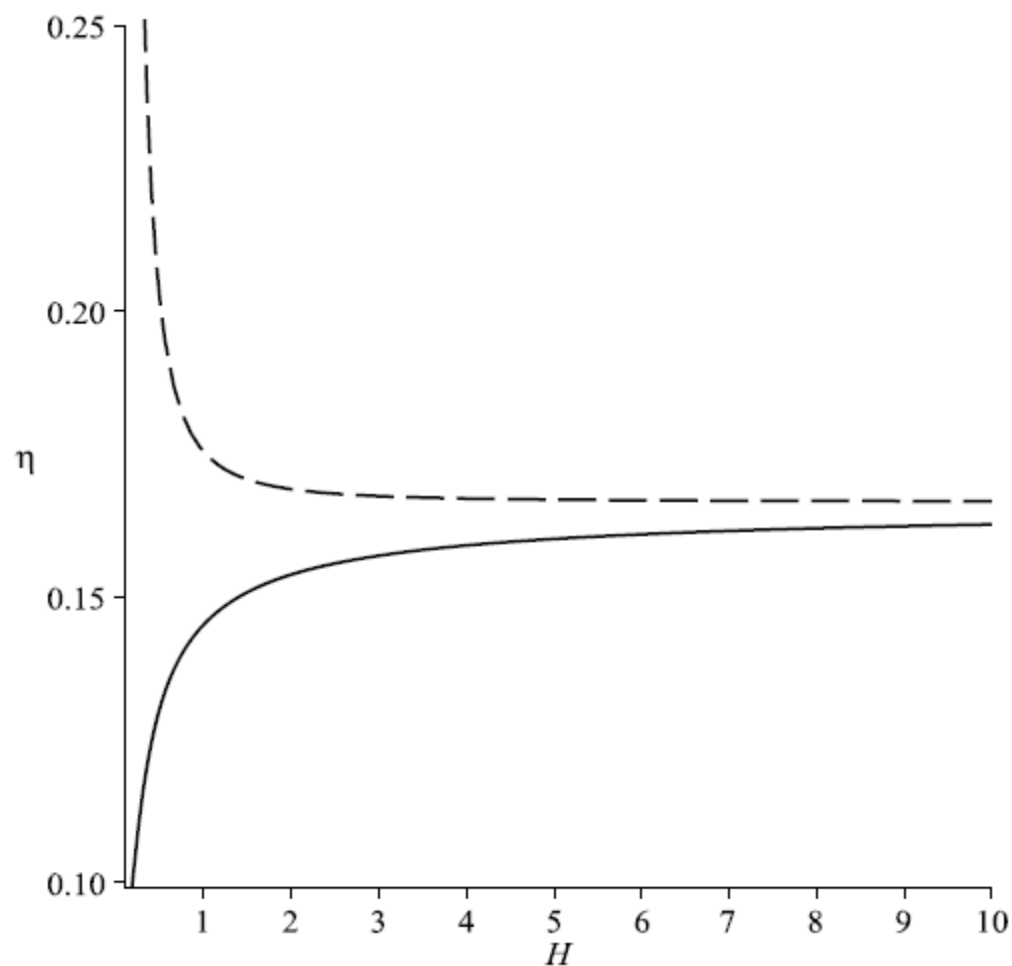


(a)



(b)

به عنوان پیام آخر نمودار بهره گرمایی ماشین سیاه چاله (نمودار خط) و نمودار بهره کارنو (خط چین) برای حالت سیاه چاله با بار الکتریکی صفر در شکل زیر رسم شده و با هم مقایسه می گردد. این نمودار نشان می دهد که مقدار این دو بهره برای بارهای مو بزرگ به همدیگر میل می کنند.



نتیجه گیری

در این جا ما یک سیاه چال کوانتومی در نظر گرفتیم واقع در جهان آنتی دوستیته و دارای دو بار یکی الکتریکی و دیگری بار مو که سر منشا آن از تاثیر میدان های کوانتومی بر روی افق سیاه چال می باشد. تاثیر هر یک از این بار ها را روی بهره تولید گرمای سیاه چاله بررسی کردیم و دیدیم با افزایش مقدار بار ها بهره ماشین گرمایی افزایش می یابد و در حد به نقطه بحرانی در فضای فاز می رسد. نتیجه دیگری که گرفتیم بدین شرح است که با مقایسه بهره گرمایی سیاه چاله با بهره ماشین کار نو فهمیدیم که بهره گرمایی سیاه چاله تنها برای بارهای بزرگ مو یعنی تاثیر میدان های کوانتومی قوی برهم کنش کننده با سیاه چال به بهره ماشین کارنو میل می کند. از آن جایی که سیاه چاله در فضای 5 بعدی آنتی دوستیته هست و درک فیزیکی رفتار ترمودینامیکی از آن برای ما فقط در فضا زمان های 4 بعدی میسر است لذا باید ابتدا اثر بعد پنجم فضا زمان را به روش هولوگرافیکی (تمام نگاری) در فضا زمان 4 بعدی وارد کنیم که در این سیاه چاله فقط به صورت بار ظاهر شد.

با تشکر از توجه سبزتان